im up

INSTYTUT MATEMATYKI

Uniwersytetu Pedagogicznego im. KEN w Krakowie

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków tel.126626273-74, fax. 126372243

Kraków, 15 X 2018

Dr hab. Piotr Błaszczyk,
prof. Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie,
dr hab. nauk humanistycznych w zakresie filozofii.
Instytut Matematyki,
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN w Krakowie

Recenzja rozprawy doktorskiej doktora Bartłomieja Skowrona
Postulaty metafilozofii matematyki i stopień ich realizacji w formalnym funkcjonalizmie Saundersa Mac Lane'a

1. Recenzowana rozprawa traktuje o filozofii matematyki Saundersa Mac Lane'a. W przeważającej mierze referuje ona poglądy wyłożone w książce (Mac Lane 1986) – temu poświęcone są rozdziały III-VI, VIII – oraz (Mac Lane 1998) – tej pracy poświęcony jest rozdział IX. Rozdział I opisuje karierę naukową Mac Lane'a, rozdział II – postulaty metafilozoficzne Mac Lane'a. Jeden rozdział rozprawy – rozdział VII – jest próbą ontologii matematyki i zawiera interpretację dwóch pojęć filozofii Mac Lane'a: *idei* oraz *formy matematycznej*. (Sam Autor uznaje tę część rozprawy za najważniejszą, pisząc „Tezą rozprawy jest stwierdzenie, że ukrytą ontologią matematyki w ujęciu Mac Lane'a jest ontologia form i idei".) Pojęcia te są interpretowane w ontologii Romana Ingardena, a zasadnicza teza rozprawy brzmi: *idea* Mac Lane'a to idea w sensie Ingardena, *forma matematyczna* Mac Lane'a to przedmiot pochodnie intencjonalny w sensie Ingardena. Uzasadnienie polega na wykazaniu, że *idea* oraz *forma matematyczna* Mac Lane'a spełniają odpowiednio charakterystykę idei oraz przedmiotu intencjonalnego w sensie Ingardena.

Zacznę od omówienia kwestii ontologicznych (punkty 2–3 poniżej), następnie przejdę do tych rozdziałów, w których referowane są podglądy Mac Lane'a (punkt 4 poniżej).

2. Monografia (Mac Lane 1986) podejmuje ogólne problemy dotyczące matematyki, w szczególności pytania o pochodzenie, źródła matematyki, o podział matematyki na dziedziny oraz o fenomen zastosowań matematyki. Gdy idzie o zastosowania, to Mac Lane sprowadza wszystkie przykłady do dwóch modeli: (1) Realne problemy (*factual problems*) prowadzą do obliczeń, te z kolei do reguł, które nie są już związane z obserwacją faktów, ostatecznie jednak wyniki obliczeń zgadzają się z faktami. (2) Twierdzenia matematyczne są wyprowadzane z aksjomatów, ale ostatecznie pasują one do świata (*fit the world*). Mac Lane stara się pokazać, że fenomen owego *fit* wynika stąd, że źródłem matematyki jest aktywność ludzka. W tym celu referuje główne działy matematyki – geometria, rachunek różniczkowy, algebra, mechanika, teoria mnogości – i za każdym razem stara się wywieść odpowiednie teorie albo (1) wprost z aktywności ludzkiej, albo (2) z innych problemów, które pośrednio są zakorzenione w aktywności ludzkiej. W części matematycznej referat ten jest na poziomie powtórki ze studiów matematycznych i nie zawiera żadnych nowych faktów, jest raczej kompilacją znanych dowodów i trików, ale u Mac Lane niektóre dowody mają filozoficzne znaczenie. W opowieściach o matematyce Mac Lane odwołuje się także do historii; jego kompetencje w tym zakresie nie sięgają jednak dalej niż końca XIX wieku, stąd uwagi o matematyce greckiej czy początkach rachunku różniczkowego są powierzchowne, a nierzadko błędne.

Związek teorii z aktywnością ludzką – przypadek (1) – opisuje Mac Lane triadą *Activity–Idea–Formulation* (Mac Lane 1986, 35), związek aktywności teoretycznej z teoriami matematycznymi – przypadek (2) — opisuje Mac Lane triadą *Origins–Idea–Formal Versions* (Mac Lane 1986, 416)[1]. Oto przykłady trójek pierwszego rodzaju:

Timing – Before and After – Linear order,
Estimation – Approximation – Continuity, Limit,
Estimation – Nearby – Topological space.

Przykład trójki drugiego rodzaju to:

Velocity, acceleration, Tangent line – Range of change – Derivative, partial derivative, Complex derivative.

Przykłady drugiego rodzaju mają mniejszy ciężar filozoficzny – to raczej ustalanie zależności między różnymi działami i pojęciami współczesnej matematyki.

[1] W recenzowanej rozprawie pojęcia te występują w triadzie *Źródło–Idea–Wersja formalna* (Skowron 2018, 124)

Z przykładów pierwszego rodzaju można wnosić, że *Idea* to coś, co pośredniczy między aktywnością człowieka a teorią matematyczną, z kolei *Formulation* to teoria matematyczna, lub technika, która jest identyfikowana przez aksjomaty lub definicje podstawowych pojęć.

Przykłady triad zebrane są w dwóch tabelach, z których wynika, że ta sama aktywność może prowadzić do różnych idei. Mac Lane jasno deklaruje też, że z tej samej idei mogą wynikać różne formalizacje, że ta sama idea może prowadzić do różnych teorii. Zatrzymamy się przy trzech przykładach, w których idea ma różne formalizacje. Pozwoli to nam lepiej zrozumieć, czym jest *Idea* Mac Lane'a.

2a. *Magnitude* (*wielkość*) to przykład idei, która ma różne formalizacje. Aby uwydatnić sposób, w jaki Mac Lane bada idee zacznijmy od przedstawienia faktów. A fakty historyczne, tj. ustalenia oparte na źródłach pisanych, są takie: Greckie słowo μέγεθος to pojęcie ogólne, pod które podpadają obiekty geometryczne: odcinki, kąty figury płaskie, bryły. W matematyce greckiej wypracowano kilka technik badania wielkości, a mianowicie: geometria trójkątów, przystawanie figur, teoria pola (czyli teoria równości figur, które są nieprzystające, ale tego samego rodzaju, ostatecznie chodzi tu o skonstruowanie kwadratu równego danemu wielokątowi), teoria proporcji (czyli porównywanie figur różnego rodzaju, jak w tw. Talesa, gdzie trójkąt do trójkąta ma się tak, jak podstawa do podstawy), teoria figur podobnych, wreszcie metoda wyczerpywania, czyli porównywanie figur innych niż wielokąty, np. koło jest równe pewnemu trójkątowi (*vide* rozprawa Archimedesa *O mierzeniu koła*). Biorąc pod uwagę Księgę V *Elementów* Euklidesa, wielkości (tego samego rodzaju) tworzą półgrupę przemienną $(M, +, <)$, gdzie $<$ jest porządkiem liniowym i w której spełnione są aksjomaty[2]:

E1 $(\forall x, y)(\exists n \in \mathbb{N})(nx > y)$,

E2 $(\forall x, y)(\exists z)(x < y \Rightarrow x + z = y)$,

E3 $(\forall x, y, z)(x < y \Rightarrow x + z < y + z)$,

E4 $(\forall x)(\forall n \in \mathbb{N})(\exists y)(ny = x)$,

E5 $(\forall x, y, z)(\exists v)(x : y :: z : v)$.

[2]Zob (Błaszczyk, Mrówka 2013).

A oto, jak o wielkościach pisze Mac Lane: *Our position is rather that congruence and geometric ratios on the one hand and Dedekind cuts on the other are just two careful formalizations of the same underlying* ***idea of magnitude*** *- and that this point exemplifies the* ***unity of idea behind*** *the inevitably varied form* (Mac Lane 1986, 76; podkreślenia – P.B.).

Sama idea *Magnitude* nie jest więc charakteryzowana w terminach matematycznych, wiemy natomiast, że teoria przystawania figur i teoria proporcji, a także przekroje Dedekinda to formalizacje idei *Magnitude*. Tak więc to, co na podstawie źródeł historycznych jest konkretną strukturą matematyczną – w pewnym uproszczeniu: grupą archimedesową – w filozofii Mac Lane jest czymś, o czym możemy wnioskować jedynie na podstawie formalizacji, które wyłoniły się w antycznej Grecji i XIX-wiecznej Europie.

Zrazu wydaje się, że *Idea* Mac Lane'a jest tak bardzo nieokreślona, że nie dodaje niczego do pojmowania matematyki. Tak by było, gdyby nie pojęcie *Unity of idea.*

Unity of idea można przełożyć jako *tożsamość idei.* Mac Lane przejawia tu zdrową intuicję ontologiczną, bo istotnie, jeśli twierdzi, że występują różne formalizacje tej samej idei, to powinien odpowiedzieć na pytanie, dlaczego – trzymając się przykładu *Magnitude* – teoria proporcji oraz przekroje Dedekinda odnoszą się do jednej i tej samej idei. Uzasadnienie – co zaskakuje, ale i cieszy – jest matematyczne; Mac Lane dowodzi mianowicie, że teorie antyczne oraz przekroje Dedekinda opisuję ten sam obiekt: *magnitude (i.e. real numbers)* (Mac Lane 1986, 75); dowód polega na tym, że stosując antyczną teorię proporcji można skonstruować liczby rzeczywiste: *the essential observation is that the axioms for plane geometry suffice to give a geometric theory of real numbers* (Mac Lane 1986, 76).

Tak więc Mac Lane pokazuje, jak na gruncie teorii proporcji, stosując przekroje Dedekinda można skonstruować liczby rzeczywiste. Pomysł, który przedstawia pochodzi od T. Heatha i został opublikowany w pierwszej edycji jego tłumaczenia *Elementów* Euklidesa w roku 1908. Całą tę koncepcję omawiam dokładnie w (Błaszczyk 2007), gdzie wskazuję jej błędy. Krótko: (1) stosunek (*ratio*) nie jest obiektem matematycznym, występuje tylko w warstwie słownej jedynie w celu sformułowania twierdzeń, (2) relacja $nA > mB$ nie jest równoważna relacji $A/B > n/m$, (3) Mac Lane nie pokazuje zbioru z porządkiem liniowym, w którym miałyby być określone przekroje Dedekinda.

Reasumując, w przypadku idei *Magnitude*, pomysł dwóch różnych formalizacji tej samej idei jest nadbudowany nad kłębkiem błędów matematycznych i historycznych: *our position is rather that congruence and geometric ratios* *on the one hand and Dedekind cuts on the other are just two different careful formalizations of the same underlying idea of magnitude* (Mac Lane 1986, 76).

2b. Przykład drugi także wiąże się z ideą *Magnitude.* Otóż najdoskonalszą postacią formalizacji są według Mac Lane'a teorie aksjomatyczne. I tak aksjomaty liczb rzeczywistych są formalizacją idei *Magnitude.* W związku z tym znajdujemy szkic na temat powstania aksjomatyki liczb rzeczywistych.

I tym razem także najpierw przedstawimy fakty. W oparciu o źródła historyczne można pokazać, jak struktura wielkości z Księgi V *Elementów* Euklidesa została przekształcona przez Kartezjusza w ciało odcinków, jak Euler pomijając aksjomat Archimedesa, rozwijał rachunek różniczkowy w ciele niearchimedesowych, jak w XIX wieku doszło do sformułowania różnych wersji aksjomatu ciągłości, aż wreszcie dojść do tego, że w roku 1900 Hilbert podał pierwszą aksjomatykę liczb rzeczywistych[3].

Opowieść Mac Lane'a jest natomiast taka: Liczby rzeczywiste wiążą się z czynnościami mierzenia i porównywania wielkości różnego rodzaju. Samo porównywanie prowadzi do porządku liniowego. Porównywanie wielu obiektów prowadzi do osi liczbowej[4]. Wybierając jednostkę, Mac Lane pokazuje jak mnożyć wielkości, czyli odcinki[5]. W kolejnym kroku Mac Lane wraca do porządku liniowego i pokazuje jak *via* relacja leżenia między można zdefiniować ów porządek[6]. Dalej przechodzi do pierwszych konstrukcji oraz aksjomatów[7]. W tej części narracja przyjmuje już historyczny kostium, pojawiają się nazwiska oraz konkretne prace. Cały ten wątek kończy jednak zaskakujące stwierdzenie: *Our axioms for the reals are the standard ones, but there are* ***other models of the reals*** *– as indeed there are multiple models for many*

[3]Wiele z tych kwestii omawiam w komentarzach do tłumaczeń klasycznych tekstów Cantora, Dedekinda, Heinego, Hilberta, Höldera i Webera z historii liczb rzeczywistych; *vide Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis* za lata 2012–2017 oraz (Błaszczyk, Mrówka 2015).

[4]Diagram, którym Mac Lane ilustruje oś liczbową pojawił się po raz pierwszy w historii matematyki w *Treatise of Algebra* (1685) Johna Wallisa i służył wprowadzeniu liczb ujemnych. W ahistycznej narracji Mac Lane'a nie jest to oczywiście odnotowane.

[5]Definicje działań na odcinkach pochodzą z *Geometrii* (1637) Kartezjusza. W opowieści Mac Lane nie jest to oczywiście odnotowane.

[6]Pomysł ten pochodzi z *Vorlesungen über neuere Geometrie* (1882) M. Pascha i był powtarzany w *Grundlagen der Geometrie* (1899) Hilberta, oraz *Podstawach geometrii* (1955) K Borsuka i W. Szmielew.

[7]W uwagach nt. aksjomatów popełnia błąd twierdząc, że zasada Dedekinda jest równoważna zupełności w sensie Cauchy'ego.

mathematical ideas. The „non-standard" reals [...] contain both standard real and actual infinitesimlas (Mac Lane 1986, 106-107; podkreślenie – P.B.).

Owo *models of the reals* należy rozumieć jako modele wielkości, bo w przeciwnym razie otrzymalibyśmy ewidentny błąd matematyczny[8]. Jeżeli jednak i liczby rzeczywiste, i niestandardowe liczby rzeczywiste są modelami idei *Magnitude*, to na czym w tym przypadku polega *unity of idea*?

2c. I jeszcze jeden przykład obrazujący technikę analizy filozoficznej Mac Lane'a – idea *Approximation*. Jej formalizacje to *inequality* i *absolute value*, ale przede wszystkim *convergence to a limit* (Mac Lane 1986, 99). Mac Lane przekonuje, że definicja ciągłości funkcji także jest formalizacją idei *Approximation*. Z kursu rachunku różniczkowego znane są dwie definicje ciągłości funkcji: otoczeniowa i ciągowa. Mac Lane'a odczytuje ten fakt jako kolejne potwierdzenie pomysłu wielości formalizacji. Tożsamość (jedność) idei *Approximation* ma wynikać z twierdzenia o równoważności tych definicji: *Indeed, using the axiom of choice (!), one can prove that a function* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *on the reals is continuous at the real number b if and only if f maps every sequence* a_n *converging to b into a sequence* $f(a_n)$ *converging to* $f(b)$. *In other words, f [is] continuous means exactly that f preserves convergence* (Mac Lane 1986, 101).

Tak więc i w tym przypadku, jedność *Idei*, lub inaczej, fakt, że różne pojęcia mają być odnoszone do tej samej idei jest oparty na twierdzeniu matematycznym.

Definicje otoczeniowa i ciągowa są owszem równoważne nie tylko przy założeniu aksjomatu wyboru – ten fakt jest akurat dobrze znany – ale i przy założeniu aksjomatu Archimedesa, innymi słowy, można wskazać ciało nierachimedesowe, w którym funkcja ciągła w sensie ciągowym nie jest ciągła w senie otoczeniowym. Tym sposobem i trzecie uzasadnienie tożsamości idei okazuje się błędne.

Reasumując, pojęcie *unity of idea* jest chyba najlepszym kluczem do filozofii Mac Lane, gdyż pozwala stosować argumenty z zakresu matematyki i jej historii. Skowron wybrał inną drogę. Przechodzę teraz do oceny ontologicznej interpretacji pojęć *Idea* oraz *Formulation*.

[8]Niestandardowe liczby rzeczywiste są ciałem niearchimedesowym i jako takie nie są modelem aksjomatów liczb rzeczywistych

3. *Clue* filozofii Mac Lane'a to powiązanie aktywności ludzkiej z teorią matematyczną. Powiązanie to jest rozpatrywane w jakimś aczasowym kontekście, co ma oddawać termin *intrinsic*, który *explicite* jest przeciwstawiany wyjaśnieniu opartemu na faktach historycznych (... *describe the practical and conceptual origins of Mathematics and the character of its development – not in historical but in intrinsic terms*). Pomysł taki nie jest oryginalny, *novum* koncepcji Mac Lane'a polega natomiast na tym, że między aktywnością a teorią matematyczną pośredniczy *idea*. Skowron bezkrytycznie przyjmuje takie aczasowe spojrzenie na matematykę i za przedmiot autorskich analiz wybiera ontologię — akurat najsłabszą stronę filozofii Mac Lane'a, Mac Lane bowiem nie zna się na ontologii, ani też nie przywiązuje wagi do jej ustaleń. Co więcej, Skowron prowadzi rozważania ontologiczne w nad wyraz subtelnym systemie, mianowicie w ontologii Romana Ingardena, przez co mgliste pojęcia Mac Lane'a są poddane bardzo surowej próbie.

W ontologii Ingardena idea oraz przedmiot intencjonalny to formy przedmiotowe, przy czym idea jest przedmiotem ogólnym, przedmiot intencjonalny jest przedmiotem indywidualnym. Wszystkie przedmioty, czy to ogólne, czy indywidualne, są charakteryzowane pod względem istnienia i specyficznie rozumianej formy. Istnienie przedmiotu jest zestawem tak zwanych momentów bytowych, zaś forma w rozumieniu Ingardena to to, co *radykalnie bezjakościowe*. Stronę egzystencjalną i formalną przedmiotów opisuje Ingarden technicznymi pojęciami, ale za niektórymi z nich stoją potoczne, zdroworozsądkowe intuicje. Dalej zwrócę uwagę tylko na wybrane aspekty istnienia i formy, te mianowicie, które wiążą się z tradycyjnymi pytanie odnoszonymi do przedmiotów matematycznych. Zacznę od sposobu istnienia.

3a. Momenty, które uwzględnia Skowron to: samoistność, samodzielność, pierwotność i zależność. Sposób postępowania jest następujący: pochodząca od Ingardena definicja danego momentu bytowego jest konfrontowana z metaforycznymi deklaracjami Mac Lane'a. Oto próbka tej metody i fragment traktujący o samoistności idei. Skowron pisze, że według Ingardena „coś istnieje samoistnie jeśli samo w sobie ma swój fundament bytowy [...] Przedmioty samoistne są doskonale tym czym są". W kolejnych zdaniach Skorown przekonuje, że *idea złożenia* – czyli pojęcie z systemu Mac Lane'a – podpada pod tę definicję, czytamy:

„Idea złożenia jako zastosowania jednej funkcji, a następnie drugiej **jest doskonale tym czym jest**. Ona sama stanowi o sobie, sama wyznacza źródło swoich określeń. **Nie istnieje z łaski innych przedmiotów**. Ma jakąś ściśle określoną strukturę, nie jest czymkolwiek. W szczególności jest w niej zawarte to, że następują po sobie kolejne zastosowania pewnych operacji. Operacje te są uzmiennialne, to znaczy mogą im podlegać różne obiekty, mogą to być funkcje, ale równie dobrze mogą to też być złożenia kategoryjnych strzałek. Niemniej pozostaje w nich pewna stała zawartość treściowa «zastosuj najpierw tę, a później tamtą operację». Ta zawartość nie zależy od żadnego podmiotu, ani żadnego podmiotu, żadnego aktu świadomości. **Jest doskonale tym czym jest**" (Skowron 2018, 126–127; podkreślenia – P.B.).

Pomijając egzaltację, fragment ten zawiera poważny błąd warsztatowy: w argumentację na rzecz charakterystyki egzystencjalnej Autor włącza aspekty formalne, mianowicie, zawartość idei oraz zmienne występujące w jej zawartości. Dodatkowo, sam dobór przykładu jest bardzo wątpliwy, bo u Mac Lane'a *Composition* występuje jako formalizacja idei *Followed by* (*vide* Mac Lane 1986, 35).

3b. Bytowa pierwotność w rozumieniu Ingardena odnosi się do prostej intuicji: idee ani nie powstają, ani nie giną. W tej kwestii deklaracje Mac Lane'a są jasne: idee powstają a ich źródłem jest aktywność ludzka; kolejne rozdziały (Mac Lane 1986) mają na celu pokazać, z jakich aktywności wywodzą się poszczególne działy matematyki. Skowron próbuje osłabić to zdecydowane stanowisko i sugeruje, że powstanie idei należy interpretować nie w porządku ontologicznym, ale w porządku poznania. Pomijając trafność tej sugestii, zauważmy, jak przy tej kwestii odsłania się słabość metody przyjętej w rozprawie: naiwny, nietechniczny, pełen metaforycznych deklaracji język Mac Lane'a może być tak przekształcony, że odwrócona zostaje podstawowa myśl systemu, a mianowicie, że idee nie są pierwotne bytowo.

3c. W ontologii Ingardena zasadnicze aspekty formy przedmiotu jakim jest idea to: dwustronność budowy (występowanie dwóch podmiotów), zawartość idei, stałe i zmienne występujące w zawartości. A oto, jak ta ostatnia kwestia jest omawiana w rozprawie. Czytamy:

„Stałą zawartości **idei «przestrzeń topologiczna w ogóle»** jest to, że zawiera ona w sobie strukturę topologiczną, zmienną tej idei byłoby to, że czy jest ona przestrzenią zwartą czy taką przestrzenią nie jest" (Skowron 2018, 135; podkreślenia – P.B.).

Podobnie, jak przy momentach bytowych, wątpliwa jest poprawność tego rozumowania na gruncie ontologii Ingardena. Przypomnę, że u Ingardena kwestia zmiennej zawartości idei pojawia się w związku ze znanym argumentem Lock'a przeciwko przedmiotom ogólnym zawartym w pytaniu: *jeżeli jest trójkąt w ogóle, to jakiej długości są jego boki.* Odpowiedź Ingardena brzmi: „jakiejś długości", i stąd pochodzi pomysł ze stałymi i zmiennymi w zawartości idei. Inne przykłady zmiennej podawane przez Ingardena to *jakaś barwa* występująca w zawartości idei przedmiotu realnego. O ile więc u Ingardena zakres zmiennej jest ciągły, to w wersji Skowrona – jedynie dwuwartościowy. Ale nawet jeśli pójdziemy tropem wyznaczonym przez Skowrona, to jakie miałyby być zmienne zawartości idei *Nearby*, *Part*, *Permutation*, czy *Chance* (to przykładowe idee Mac Lane'a)?

Dodatkowo, poważnym brakiem analizy Skorwona jest fakt, że u Mac Lane'a przestrzeń topologiczna występuje nie jako idea, ale formalizacja idei *Nearby*, *Part* (Mac Lane 1987, 35). Idee Mac Lane'a są na tyle nieokreślone, że trudno w nich wskazać zawartość, tym bardzie trudno wskazać stałe i zmienne zawartości.

3d. Przejdźmy do formy przedmiotu intencjonalnego. Omawiając formę przedmiotu (wtórnie) intencjonalnego Skowron przywołuje dwustronność budowy (dwupodmiotowość) oraz schematyczność (występowanie miejsc niedookreślenia). Pojęcie schematyczności niezmiennie stwarza trudności ontologom. W (Błaszczyk 2009) referuję wszystkie interpretacje tego pojęcia, jakie pojawiły się w literaturze. Skowron nie odnosi się ani do tego artykułu, ani w ogóle do dyskusji na temat schematyczności, jaka w polskiej literaturze trwa od momentu publikacji *Das literarische Kunstwerk* (1931). W rezultacie rozstrzygnięcie jakie proponuje jest po prostu naiwne. W rozprawie o miejscach niedookreślenia czytamy mianowicie: „proponuję, aby za niedookreśloność przedmiotów matematycznych uznać **niejednoznaczność odwzorowania** świata przedmiotów matematycznych idei w świat formalizacji. Jedna idea ma wiele formalizacji, **część z nich jest znana, część jeszcze nie.** Nie wszystkie zatem składniki zawartości idei można oddać w składnikach zawartości przedmiotu intencjonalnego" (Skowron 2018, 144; podkreślenia – P.B.).

Zatem, w proponowanym ujęciu przedmiotem intencjonalnym jest formalizacja; z zawartości idei nie wynika jednoznacznie, jakie są możliwe formalizacje; tę niejednoznaczność Skowron nazywa schematycznością.

Podczas gdy w ontologii Ingardena schematyczność charakteryzuje przedmiot intencjonalny, to w interpretacji Skowrona schematyczność charakteryzuje relację między ideą a formalizacją. Dalej, w ontologii Ingardena schematyczność jest niezbywalna, co znaczy, że nie jest zrelatywizowana do poznania idei; innymi słowy, nawet gdybyśmy dokładnie znali zawartość idei, nawet gdyby dana idea miała wiele formalizacji, to i tak każda z tych formalizacji musiałaby być przedmiotem schematycznym.

Aby sprecyzować pojęcie schematyczności, wcześniej należy zdecydować, czym jest własność przedmiotu intencjonalnego (dokładniej, przedmiotu występującego w zawartości). W rozprawie kwestia ta w ogóle nie została podjęta i dlatego w rozprawie nie ma gruntu, na którym można zbudować odpowiedź na pytanie, czym jest schematyczność.

3e. W tym punkcie zbieram inne wątpliwości związane ze stosowaniem technicznej ontologii do filozofii Mac Lane'a.

Przede wszystkim wątpliwe jest samo stosowanie podstawowej formy przedmiotowej do *Idei* oraz *Formy* Mac Lane'a. Przykłady form stanowią definicje, jak pochodna funkcji, ale także techniki takie jak ε–δ, czy technika nieskończenie małych. Nie widzę celowości stosowania formy przedmiotowej do takich przypadków.

Pod drugie, Autor nie ustanowił kryterium tożsamości ani idei, ani przedmiotu intencjonalnego. Stąd na przykład nie wiadomo, co różni ideę *Approximation* od *Nearby*, co różni formę *Rules for addition* od *Rules for multiplication*.

Po trzeci, jak wyjaśnić przypadek *Rate of change*, który raz występuje jako *idea* (Mac Lane 1986, 416), innym razem jako *forma* (Mac Lane 1986, 35). W labilnym systemie Mac Lane'a być może to jest wytłumaczalne, ale w ontologii Ingardena granica między ideą i przedmiotem intencjonalnym jest nieprzekraczalna.

4. Wątek ontologiczny – jak piszę w punkcie 1 – zajmuje tylko jeden rozdział, w znacznej mierze rozprawa stanowi prezentację osiągnięć matematycznych Mac Lane'a, w szczególności wprowadzenie do teorii kategorii. Jest to pierwsze tak szerokie opracowanie twórczości Saundersa Mac Lane'a w literaturze polskiej i już ten fakt zasługuje na uznanie. Zadanie to nie było łatwe, bo wymagało swobodnego poruszania się po całej współczesnej matematyce. Skowron, co prawda bezkrytycznie przyjmuje wszystkie tezy Mac Lane'a i jedynie podąża za jego tokiem rozumowania, ale już tylko to wymagało dużej sprawności matematycznej, rzadko spotykanej u osób ubiegającej się o doktorat z filozofii; z drugiej strony trzeba przyznać, że w literaturze filozoficznej w ogóle brak krytycznych opracowań filozofii Mac Lane'a.

Wobec powyższego stwierdzam, że rozprawa Bartłomieja Skowrona *Postulaty metafilozofii matematyki i stopień ich realizacji w formalnym funkcjonalizmie Saundersa Mac Lane'a* spełnia wymogi art. 13 ustawy *O stopniach naukowych i tytule naukowym* z 14 III 2003 roku.

Wnoszę, aby Rada Wydziału Filozoficznego Uniwersytetu Papieskiego Jana Pawła II w Krakowie przyjęła tę rozprawę i dopuściła do jej publicznej obrony.

Piotr Błaszczyk

Kraków 15 X 2018

References

[1] P. Błaszczyk, *Analiza filozoficzna rozprawy Richarda Dedekinda* Stetigkeit und irrationale Zahlen, Wydawnictwo Naukowe AP, Kraków 2007.

[2] P. Błaszczyk, *Fragmenty ontologii Ingardena. O miejscach niedookreślenia przedmiotu czysto intencjonalnego*, Filozofia Nauki, 4(68), 2009, 71–93.

[3] P. Błaszczyk, *Liczby rzeczywiste jako przedmiot intencjonalny*, Analiza i Egzystencja 11, 2010, 235–261.

[4] P. Błaszczyk, K. Mrówka, *Euklides, Elementy, Księgi V–VI. Tłumaczenie i komentarz*, Copernicus Center Press, Kraków 2013.

[5] R. Ingarden, *Spór o istnienie świata*, t. I–II, 1987.

[6] P. Błaszczyk, K. Mrówka, *Kartezjusz, Geometria. Tłumaczenie i komentarz*, Universitas, Kraków 2015.

[7] S. Mac Lane, *Mathematics. Form and Function*, Springer, New York 1986.

[8] S. Mac Lane, *Categories for Working Mathematician*, Springer, New York 1998.

[9] B. Skowron, *Postulaty metafilozofii matematyki i stopień ich realizacji w formalnym funkcjonalizmie Saundersa Mac Lane'a*, Kraków 2018, ss. 226.

Bibliografia rozprawy liczy 116 pozycji w języku polskim i angielskim, są to prace z matematyki i filozofii matematyki, tylko jedna związana jest z historią matematyki – to klasyczny artykuł Juszkiewicza poświęcony rozwojowi pojęcia funkcji. Praca zawiera wiele rozbudowanych diagramów, co świadczy o dużej sprawności edytorskiej Autora; została wyedytowana w programie LaTeX; zawiera autorskie tłumaczenia prac Mac Lane'a, *novum* edytorskie stanowi zamieszczenie oryginałów na marginesach, obok polskich tłumaczeń podanych w tekście zasadniczym.